

Bilag 6: Bootstrapping

Bilaget indeholder en gennemgang af bootstrapping og anvendelsen af bootstrapping til at bestemme den konkurrencepressede front.

FORSYNINGSSSEKRETARIATET FEBRUAR 2013

INDLEDNING	3
BOOTSTRAPPING OG DEN KONKURRENCEPRESSEDE FRONT	3
Anvendelse	5

Indledning

DEA-modellen finder en front hvorimod alle forsyningernes potentialer bliver målt. Denne front er baseret på oplysninger om de enkelte forsyninger. Præcisionen af denne front afhænger af mange faktorer.

I det følgende gennemgås først en metode til at bestemme hvor præcis fronten bestemt ved DEA-analysen er. Metoden anvender bootstrapping og finder den konkurrencepressede front.

Derefter anvendes metoden til at bestemme den konkurrencepressede front for vand- og spildevandsforsyningerne.

Bootstrapping og den konkurrencepressede front

Ved brug af en (input-styret) DEA-model¹ kan man beregne forsyningernes effektivitet θ , som en værdi mellem 0 og 1. Effektiviteten angiver hvor effektiv en forsyning er og anvendes til at beregne forsyningens effektiviseringspotentiale. Hvis $\theta=0,85$ er forsyningen 85 pct. effektiv og forsyningens effektiviseringspotentiale er 15 pct. ($1-0,85=0,15$). I det følgende fokuseres på forsyningernes effektivitet θ .

DEA-modellen er en matematisk metode, der anvender lineær programmering til at sammenligne en række forsyninger med hinanden og bestemme effektiviteten af de forskellige forsyninger. Sammenligningen foretages på basis af oplysninger om de enkelte forsyninger og ud fra dette danner DEA en kunstig front, hvor forsyningerne antages at være effektive. Den sande front kendes ikke. Da DEA danner en kunstig front på baggrund af begrænset viden, vil den sande front altid indhulle den kunstige front.

Den sande front kan også betegnes som den konkurrencepressede front, eftersom branchen ikke er udsat for konkurrence.

Ved statistiske metoder kan man undersøge, hvor den sande front er og derefter beregne et 95-procentskonfidensinterval, der angiver hvor den sande front kunne være med 95 pct. sandsynlighed.

Dette gøres ved at foretage en biaskorrektion af forsyningernes effektivitet, som forklaret i det følgende. Korrektionen foretages ved hjælp af bootstrapping.

Bias angiver forskellen mellem den forventede effektivitet for en forsyning og den sande effektivitet for forsyningen. Hvis den sande effektivitet er højere end den forventede effektivitet er bias positiv. Det betyder, at den forventede værdi er for høj i forhold til den sande værdi. For at korrigere for

¹ En teknisk beskrivelse af DEA-modellen fremgår af bilag 5. Det anvendte eksempel fremgår af side 4 i bilag 5.

denne bias skal effektiviteten derfor justeres nedad. Hvis den sande effektivitet derimod er lavere end den forventede effektivitet er bias negativ. Det betyder, at den forventede værdi er for lav i forhold til den sande værdi. For at korrigere for denne bias skal effektiviteten derfor justeres opad.

Ved udregningen af den biaskorrigerede effektivitet estimeres den sande effektivitet for hver forsyning ved bootstrapping, mens forsyningernes effektivitet bestemt ved DEA anvendes som den forventede effektivitet for forsyningerne. Der beregnes en biaskorrektion for hver enkel forsyning.

Bootstrapping foretages i to trin²:

1. Der estimeres en fordelingsfunktion for input og output ud fra fordelingen af forsyningernes input og output
2. Der trækkes en stikprøve bestående af input og output, og effektiviteten beregnes for hver forsyning

Processen ved bootstrapping foretages mange gange³ for at opnå et estimat for forsyningernes sande effektivitet.

Ud fra alle stikprøverne beregnes middelværdien og variansen for hver forsyning og ud fra dette beregnes den (sande) biaskorrigerede effektivitet for hver forsyning.

Forsyningernes effektivitet sammenlignes med forsyningernes estimerede sande effektivitet. Hvis en forsynings effektivitet er for højt i forhold til forsyningens estimerede sande effektivitet er bias positiv. Forsyningens effektivitet justeres derfor nedad. Hvis en forsynings effektivitet er for lavt i forhold til forsyningens estimerede sande effektivitet er bias negativ. Forsyningens effektivitet justeres derfor opad.

Generelt når man ser på en DEA-model estimeres bias altid til at være positiv. Det skyldes, at effektiviteten i DEA minimeres over et produktionsmulighedsområde, som er mindre end det sande produktionsmulighedsområde. Med andre ord, er det mulighedsområde, som DEA bestemmer ud fra forsyningernes input og output, en ægte delmængde af det sande mulighedsområde.

Usikkerheden om forsyningernes sande effektivitet kan undersøges ved at beregne 95-procentsskonfidensintervallet for hver forsyning biaskorrigerede effektivitet (sande effektivitet).

Ved at se på forskellen mellem yderpunkterne i konfidensintervallerne og forsyningernes forventede effektivitet, kan man beregne den gennemsnitlige maksimale forskel mellem forsyningernes forventede effektivitet og den biaskorrigerede effektivitet (sande effektivitet).

² En matematisk gennemgang af bootstrapping findes i Bogetoft, P og L. Otto: Benchmarking with DEA, SFA and R side 172-174

³ Det anbefales at foretage mindst 1000 gentagelser.

Dette indikerer, hvor stor en forskel der er på effektiviteten bestemt ved DEA og effektiviteten bestemt ved den konkurrencepressede front. Med andre ord indikerer det, hvor stor forskel der er på potentialerne bestemt ved DEA og potentialerne bestemt ved den konkurrencepressede front.

Anvendelse

Forsyningssekretariatet har beregnet den konkurrencepressede front for vand- og spildevandsforsyningerne og dermed de konkurrencepressede potentialer for hver enkel forsyning.

Ud fra forsyningernes indberetning i april 2012 til genberegning af omkostningsækvivalenterne har Forsyningssekretariatet beregnet forsyningernes potentialer og derefter beregnet forsyningernes konkurrencepressede potentialer.

Metoden til fastsættelse af potentialerne følger metoden beskrevet i ”Resultatorienteret benchmarking af vand- og spildevandsforsyningerne”:

1. Det første bånd for den effektive front findes, og forsyninger der ligger på denne front fjernes
2. Det andet bånd på den effektive front findes. Forsyningerne der ligger på denne front anvendes til at danne den effektive front i DEA-analysen.

Bemærk, at for vandforsyninger kan de tidligere private forsyninger ikke udgøre den effektive front. For vandforsyninger konstrueres effektivitetsfronten derfor kun ud fra de tidligere kommunale forsyninger.

Ud fra potentialerne bestemt ved ovenstående metode og de tilhørende input og output fra forsyningerne, har Forsyningssekretariatet anvendt bootstrapping til at beregne de konkurrencepressede potentialer. Derudover er der beregnet konfidensintervaller for de konkurrencepressede potentialer, for at undersøge hvor stor en forskel der er på potentialerne beregnet ved DEA og de konkurrencepressede potentialer.

Der er en gennemsnitlig forskel på potentialerne beregnet ved DEA og de konkurrencepressede potentialer for vandforsyninger på 7,3 pct. og for spildevandsforsyninger på 10,2 pct. jf. tabel 1. Den maksimale forskel er hhv. 14,2 pct. og 13,5 pct.

Tabel 1: Forskel på den effektive front og den konkurrencepressede front

	Vandforsyninger	Spildevandsforsyninger
Gennemsnitlig forskel	7,3 %	10,2 %
Standardafvigelse	2 %	1,3 %
Maksimal forskel	14,2 %	13,5 %